

Denne kolonne er  
forbeholdt sensor.

### Oppgave 1

Observasjon av naturlig korrelasjon er f.eks. å måle høyden på folk. Vi kan ikke finne ut hvorfor noen er høye eller lave, men vi kan se forskyllingen.

Et eksperiment er f.eks. å måle blodsukkerinnhold hos en eller flere personer, f.eks. en gruppe som drikker mye brus og en gruppe som ikke drikker brus. Da kan man se om brusdriking forårsaker høyt blodsukker nivå.

Man kan ikke beskrive et årsakstilhold ved observasjon av naturlig korrelasjon siden ~~de ikke kan måle~~ man bare observerer, man tester det ikke ut på samme måte som når man gjør et eksperiment



Denne kolonne er forbeholdt sensor.

## oppgave 2

a) Referanseintervallets bredde:

$$2,51 \text{ mmol/L} - 2,15 \text{ mmol/L} = 0,36$$

$$B \leq 1/16 \text{ av referanseintervallets bredde} = 1/16 \text{ av } 0,36$$

$$\frac{0,36}{16} = 0,0225 \text{ (2,25\%)}$$

~~Vk (variasjonskoeffisient)~~

$$V_k \text{ (variasjonskoeffisient)} = \frac{\frac{B}{2}}{\bar{X}} \cdot 100\%$$

$$= \frac{0,09}{2,319} \cdot 100\%$$

$$= 3,881\%$$

Siden vår bias (3,881) er større enn 1/16 av referanseintervallets bredde, er dette en dårlig nøyaktighet.

~~$$b) I \leq 1/2 CV_k$$

$$I \leq 1/2 \cdot 1,9\%$$

$$I \leq 0,95\%$$~~

Det viser at personen/maskinen så har gjort målt har gjort noe feil. Det kan være feil kalibrert, feil standard, feil tid på degenet.



Denne kolonne er  
forbeholdt sensor.

b)  $I \leq 1/2 CV_w$

$$I \leq 1/2 \cdot 1,9\%$$

$$I \leq 0,95\%$$

$$\begin{aligned} \text{Standard - middelværdi} &= 2,325 - 2,319 \\ &= 0,006 = 0,6\% \end{aligned}$$

Denne er mindre enn kravet og dermed er impresisjonen bra i forhold til kravene. For

presisjon og nøyaktighet er ikke det samme. En som har god nøyaktighet ligger rundt middelværdien, men ikke nødvendigvis jevnt fordelt. En som har god presisjon har alle tallene på nesten samme plass, men ikke rundt middelværdien, da vi vil ha dem.

c) Feil ved den analytiske maskinen, feil kalibrering, bruker feil standard

d) Feil ved den personen som analyserer, måler feil, prøver ikke nøyaktig, leser av resultatet feil



Denne kolonne er forbeholdt sensor.

Oppgave 3

$$\begin{pmatrix} \log x \cdot y = \log x + \log y \\ \log x^2 = 2 \log x \\ \log \frac{x}{y} = \log x - \log y \end{pmatrix}$$

$$a) \log 5 = 0,699 \quad \log 1 = 0$$

$$\log 10 = 1 \quad \log 100 = 2$$

$$i) \log 25 = \log 5^2 = 2 \log 5 = 2 \cdot 0,699 \\ = \underline{\underline{1,398}}$$

$$ii) \log 0,5 = \log \frac{5}{10} = \log 5 - \log 10 \\ = 0,699 - 1 \\ = \underline{\underline{-0,301}}$$

$$iii) \log 2 = \log \frac{10}{5} = \log 10 - \log 5 \\ = 1 - 0,699 \\ = \underline{\underline{0,301}}$$

$$iv) \log 20 = \log 5 \cdot 4 = \log 5 \cdot 2^2$$

Vi vet  $\log 2$  fra deloppgave iii  
oppå.

$$= \log 5 + \log 2^2 \\ = \log 5 + 2 \log 2 \\ = 0,699 + 2 \cdot 0,301 \\ = \underline{\underline{1,301}}$$

$$v) \log 32 = \log 2^5 = 5 \log 2 \\ = 5 \cdot 0,301 \\ = \underline{\underline{1,505}}$$



Denne kolonne er forbeholdt sensor.

$$b) \quad i) \quad 2^{0,2} \cdot 5^{\frac{1}{5}} \cdot 3^{5^{-1}} = 2 \quad \left| \quad 0,2 = \frac{1}{5} \right.$$

$$2^{\frac{1}{5}} \cdot 5^{\frac{1}{5}} \cdot 3^{\frac{1}{5}} = \quad \left| \quad 5^{-1} = \frac{1}{5} \right.$$

$$(2 \cdot 5 \cdot 3)^{\frac{1}{5}} = \underline{\underline{30^{\frac{1}{5}}}}$$

$$ii) \quad (5^{\sqrt{2}} \cdot \pi^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} = 5^{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} \cdot \pi^{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}$$

$$= 5^2 \cdot \pi^2$$

$$= \underline{\underline{25\pi^2}}$$

$$c) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1+6^x) \cdot 6^x}{3^{2x} (2-4 \cdot 2^{2x})} = \frac{6^x + 36^x}{6^{2x} - 24^{2x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6^x + 36^x}{6^{2x} - 24^{2x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{6^x}{6^{2x}} + \frac{36^x}{6^{2x}}}{\frac{6^{2x}}{6^{2x}} - \frac{24^{2x}}{6^{2x}}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{6^x} + 1}{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^x}$$

brøse går mot null når  $x \rightarrow \infty$ 

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{1} = \underline{\underline{1}}$$

~~$$d) \quad y = \text{øker med } 78\% \text{ hvert år} \Rightarrow \frac{108}{107}$$

$$\frac{108}{107} = 2,16 \quad 1,07^{10} = 1,97 \Rightarrow 197\%$$~~



Denne kolonne er  
forbeholdt sensor.

d) øker med 7% hvert år, dvs.  
 $1,07$ , dette øker 8 år  
 $1,07^8 = 1,72$  dette vil si at utgiftene  
har økt med 72%  
 $1,72 - 1 = 0,72 = 72\%$



Denne kolonne er  
forbeholdt sensor.

### Oppgave 4

a) Norge:  $\frac{68}{134}$  hadde blodtype A

$$\text{Forholdstall} = \frac{68}{134} = 0,507$$

$$\text{SEM} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

p = forholdstall

n = antall personer  
(sum)

$$= \frac{0,507}{134}$$

$$= \sqrt{\frac{0,507(1-0,507)}{134}}$$

$$= 0,043$$

$$\text{KI}(95\%) = \text{forholdstall} \pm z\text{-verdi} \cdot \text{SEM}$$

$$z\text{-verdi} = 1,96$$

$$\text{KI}(95\%) = 0,507 \pm 1,96 \cdot 0,043$$

$$= 0,423 \text{ til } 0,591$$

KI viser at forholdstallet ligger 95% av tiden mellom 0,423 og 0,591, være forholdstall ble 0,507 og ligger dermed innenfor denne grensen



Denne kolonne er forbeholdt sensor.

$$b) \quad \text{Norge: } \frac{68}{134} = 0,507 \quad \text{SEM} = 0,043 \quad (\text{se tidligere deloppgave})$$

$$\text{Danmark: } \frac{37}{87} = 0,425$$

$$\text{SEM} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{0,425(1-0,425)}{87}}$$

$$= 0,053$$

$$\text{forhold diff} = 0,507 - 0,425$$

$$\begin{aligned} & p_{\text{Norge}} - p_{\text{Danmark}} \\ &= 0,507 - 0,425 \\ &= 0,082 \end{aligned}$$

$$\text{SEM}_{\text{diff}} = \sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}$$

$$= \sqrt{\frac{0,507(1-0,507)}{134} + \frac{0,425(1-0,425)}{87}}$$

$$= 0,068$$

$$\begin{aligned} \text{KI}(95\%) &= \text{forhold diff} \pm z\text{-verdi} \cdot \text{SEM}_{\text{diff}} \\ &= 0,082 \pm 1,96 \cdot 0,068 \\ &= -0,051 \text{ til } 0,215 \end{aligned}$$

c) Siden KI(95%) for differansen mellom dem er  $-0,051$  betyr det at differansen kan være null,  $-0,051$  til  $0,215$  inneholder null. Dette betyr at det kan være null forskjell mellom dem, altså ikke signifikant forskjell. Men siden over null også inngår kan det være signifikant forskjell.



Denne kolonne er forbeholdt sensor.

## Oppgave 5

a) Klubb A: ~~MA-143~~

$$\text{Middelværdi} = \frac{16,4 + 17,2 + 16,8 + \dots + 15,5 + 17,4}{12}$$

$$= 16,49$$

$$\text{Standardavvik} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

~~$$= \sqrt{\frac{(16,4 - 16,49)^2 + (17,2 - 16,49)^2 + \dots + (17,4 - 16,49)^2}{12-1}}$$~~

$$= \sqrt{\frac{(16,4 - 16,49)^2 + (17,2 - 16,49)^2 + \dots + (17,4 - 16,49)^2}{12-1}}$$

$$= 0,424 \quad 0,652$$

$$\text{SEM} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

~~$$= \frac{0,424}{\sqrt{12}}$$~~

$$\frac{0,652}{\sqrt{12}} = 0,188$$

~~$$= 0,123$$~~

Klubb B:

$$\text{Middelværdi} = \frac{16,8 + 14,5 + \dots + 17,0 + 14,9}{12}$$

$$= 15,33$$

standardavvik =

$$\sqrt{\frac{(16,8 - 15,33)^2 + (14,5 - 15,33)^2 + \dots + (14,9 - 15,33)^2}{12-1}}$$

$$= 1,14$$

$$\text{SEM} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{1,14}{\sqrt{12}} = 0,329$$



Denne kolonne er forbeholdt sensor.

$$\begin{aligned} \text{Middelværdi diff} &= 16,49 - 15,33 \\ &= 0,86 \cdot 1,16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SEM_{diff} &= \sqrt{SEM_A^2 + SEM_B^2} = \sqrt{0,178^2 + 0,329^2} \\ &= \sqrt{\cancel{0,123^2} + \cancel{0,329^2}} = 0,379 \\ &\cancel{0,352} \end{aligned}$$

$$KI(95\%) = \text{middelværdi diff} \pm t\text{-verdi} \pm SEM_{diff}$$

$$\begin{aligned} \text{frihetsgrader} &= 24 - 2 \\ &= 12 - 12 - 2 = 22 \end{aligned}$$

$$t\text{-verdi} = 2,074 \quad (\text{for } p = 0,05)$$

$$KI(95\%) = \cancel{0,86} \pm 2,074 \cdot \cancel{0,352} \quad 0,379$$

$$= \cancel{0,130} \text{ til } \cancel{1,600} \quad 0,37 \text{ til } 1,95$$

$$\cancel{0,081} \quad \cancel{0,1,65}$$

b) Dette er to uavhengige grupper, og brukes da formelen

$$t_{\text{test}} = \frac{|\bar{X} - \bar{Y}|}{s_p} \sqrt{\frac{n_x \cdot n_y}{n_x + n_y}}$$

$$s_p = \sqrt{\frac{(n_x - 1)s_x^2 + (n_y - 1)s_y^2}{n_x + n_y - 2}}$$

Vi har  $\bar{X}$  og  $\bar{Y}$  fra oppgave a),  
n er for antall målinger per gruppe

$H_0$  (nullhypotesen): forskjellene mellom gruppene er tilfeldige



Denne kolonne er  
forbeholdt sensor.

$$s_p = \sqrt{\frac{(12-1) \cdot 0,479^2 + (12-1) \cdot 1,14^2}{12+12-2}}$$

$$= 0,86 \quad 0,929$$

$$t_{\text{test}} = \frac{|16,49 - 15,33|}{0,86 \quad 0,929} \cdot \sqrt{\frac{12 \cdot 12}{12+12}}$$

$$= 2,45 \quad 3,06$$

Se i tabell vedlegg 2:

frihetsgrader  $12-1 = 11$  ↖

$$t_{\text{teo}} = 2,201 (p=0,05) \quad \leftarrow \text{for } t_{\text{test}}$$

$t_{\text{test}} > t_{\text{teo}}$  dette betyr at det er  
signifikant forskjell, nullhypotesen avvikes.

for  $t_{\text{test}}$

$t_{\text{test}}$  kan også være ( $p=0,02 \Rightarrow 2,718$ ) ↖

( $p=0,01 \Rightarrow 3,1$ ) ↖

Dermed er det signifikant forskjell  
( $p < 0,02$ )